





¿Cuáles son las figuras perfectas?



¿Cuál es la proporción de nuestro cuerpo?

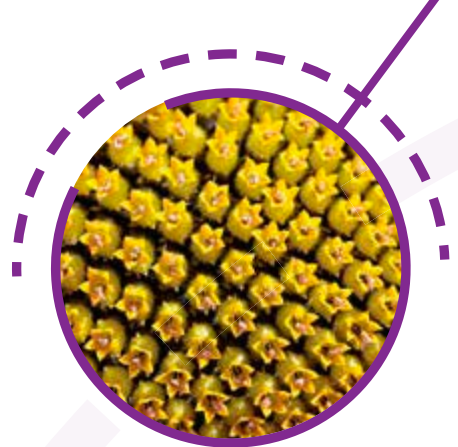


¿Cómo la naturaleza dirige el crecimiento de las plantas?

Patrones para la perfección

Generaliza patrones numéricos para resolver problemas. Justifica la validez de reglas de construcción de sucesiones, numéricas y de figuras, con progresión aritmética y geométrica, al resolver situaciones problemáticas.

Comienza la Esfera de Exploración identificando cuáles actividades puedes con-
testar con base en lo que ya sabes. No olvides responderlas nuevamente en tu
cuaderno cuando hayas terminado. ¡Así descubrirás cuánto avanzaste!



01 Analiza las configuraciones y determina en cuáles hay un patrón. Luego
describelo o explica por qué no lo hay. Observa el ejemplo. R. M. +3

1		2	
3		4	
5		6	

Caso 1	No hay un patrón: en el primer y segundo pasos se agrega un cuadrado a cada extremo de la figura, pero en el tercero no.
Caso 3	Sí hay un patrón: cada vez se agregan tres triángulos.
Caso 5	No hay un patrón: primero se agregan dos círculos, dos veces, y después se quitan tres.

Caso 2	Sí hay un patrón: cada vez se agregan dos cuadritos, uno en la línea de arriba y otro en la de abajo.
Caso 4	Sí hay un patrón: cada vez se duplica la cantidad de triángulos que hay.
Caso 6	Sí hay un patrón: primero se agregan cinco círculos, luego se agregan siete, y así sucesivamente.

1.1 Subraya las listas de números que formen una sucesión. Justifica tu respuesta explicando cuál es el patrón que siguen o por qué no son sucesiones. +3

Lista de números	Justificación	Lista de números	Justificación
<u>6, 7, 8, 9, 10 ...</u>	Cada vez se suma 1.	3, 6, 9, 11, 15 ...	Primero se suman 3 y luego 3, pero después se suman 2 y luego 4.
<u>1, 3, 5, 7, 9 ...</u>	Cada vez se suman 2.	<u>1, 4, 9, 16, 25 ...</u>	Cada vez se multiplica un natural por sí mismo: $1 \times 1 = 1$, $2 \times 2 = 4$, etcétera.
8, 10, 12, 16, 18 ...	Primero se suman 2 y luego 2, pero después se suman 4 y de nuevo 2.	<u>2, 1, 0, -1, -2 ...</u>	Cada vez se resta 1.

02 Elige una sucesión de figuras y una de números de las dos actividades anteriores y describe el patrón que siguen. Después, anota una regla de formación para cada una. R. L. +2

Sucesión de figuras	Sucesión de números
Patrón: _____	Patrón: _____
Regla: _____	Regla: _____

03 Analiza la sucesión de figuras y responde. +2



¿Cuántos puntos tendrá la figura que ocupe el lugar 15 de la sucesión? Tendrá 34 piezas.

3.1 Rodea la o las reglas que permiten hallar la cantidad de piezas que tendrá cualquier figura de la sucesión según el lugar que ocupa (lugar n). +1

$6n$	$2n+4$	$7n-1$
$4+n \times n$	$4+n+n$	

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Reconozco y describo patrones en situaciones variadas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Establezco con modelos propios la regla de formación de una sucesión.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Compruebo la validez de una regla de formación al resolver problemas en situaciones diversas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Puntos obtenidos:

INVESTIGO

Aprendizaje esperado

- Generaliza patrones numéricos para resolver problemas.
- Justifica la validez de reglas de construcción de sucesiones, numéricas y de figuras, con progresión aritmética y geométrica, al resolver situaciones problemáticas.

Keys

- Identificación de patrones numéricos
- Sucesiones numéricas y de figuras con progresión aritmética
- Sucesiones numéricas y de figuras con progresión geométrica
- Problemas con sucesiones con progresión aritmética y geométrica





¿Las matemáticas existen? ¿De qué forma o en qué lugares podemos encontrarlas? Las matemáticas no se pueden ver, pues son representaciones abstractas de la realidad, pero si te fijas bien podrás apreciar constantes, proporciones y formas, y todos esos elementos se relacionan con las matemáticas. Por ejemplo, mira tu oreja 🦻 y compárala con una partícula de ADN y con la concha de un nautilo. ¿En qué se parecen? Aparentemente, son totalmente distintas, pues tienen tamaños y formas diferentes. Es justamente ahí donde entran las matemáticas: todas tienen una proporción regulada que se formó gracias a un número, esto es, dado que la naturaleza busca regularlo todo para mantener el equilibrio, utiliza una proporción que se lo permita, es decir, un número. Sí, la naturaleza controla el crecimiento de todos los seres vivos. Incluso el tuyo está regulado por ella. Hagamos un experimento: mide tu estatura de los pies a la cabeza, luego mide desde los pies hasta tu ombligo, ¿ya? Ahora, divide tu estatura total entre la altura de tu ombligo: el cociente es cercano a 1.6180339887498948... A este número se le llama *número áureo* y a la proporción representada se le conoce como *proporción áurea*. Esa proporción nunca cambia ni cambiará; puedes pedirle a tu mamá que haga lo mismo y encontrarás un cociente parecido a tu resultado 😲.

Las proporciones nos permiten controlar, calcular y predecir cosas. Por ejemplo, un joven italiano llamado Leonardo, al que apodaron Fibonacci por ser hijo de Bonacci, intentó explicar la proporción de reproducción de una pareja de conejos 🐰🐰 con el fin de conocer y predecir cuántos conejos tendría al final de cierta temporada... de nuevo, predecir y controlar. La solución es lo que se conoce como la sucesión de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... ¿observas algún patrón que te permita encontrar el siguiente término? En la sucesión de Fibonacci cada término es la suma de los dos anteriores, ¿pero eso cómo se relaciona con tu oreja, tu ombligo, o la figura del nautilo? Si tomas dos números consecutivos de la sucesión de Fibonacci y divides el más grande entre el más chico, el resultado de la división se acerca a... ¡sí, exacto!, al número áureo... al cual llamaremos, de ahora en adelante, ϕ , que se pronuncia "fi". Como pi, este número es irracional, lo que quiere decir que sus decimales son infinitos e impredecibles 😲!



¿Pero cómo un número irracional nos podría dar más luz sobre la naturaleza y sus reglas? Usemos la sucesión de Fibonacci para trazar cuadrados cuyos lados midan cada uno de los números de esta sucesión y luego los unimos: se forman rectángulos que se llaman "rectángulos dorados o áureos". Si continuas con la repetición del patrón, podrías crear rectángulos hasta el infinito.

Si unimos las esquinas de los cuadrados, se forma una espiral que aparece con mucha frecuencia en la naturaleza, como en la concha de un nautilo o en las piñas. Los rectángulos áureos se usan en la pintura, la arquitectura y hasta en el diseño publicitario. Muchos cuadros famosos pueden inscribirse en un rectángulo áureo, así como edificios mundialmente conocidos, como el Partenón.

Con la proporción áurea se podría incluso predecir dónde crecerán las hojas 🌱 que están por brotar, pues en algunas plantas la distribución de sus hojas obedece a esta proporción para que cada una aproveche al máximo la luz del Sol. Las matemáticas, aunque no las podemos ver, existen y están en todos los detalles hermosos de la naturaleza: basta con fijarse en la precisión con la que una planta se alimenta de luz. ¿Lo habías notado? ●●

Concha Ruiz Ruiz-Funes



Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones. **R. L.**

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras!



¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución. **R. L.**

© UNOi



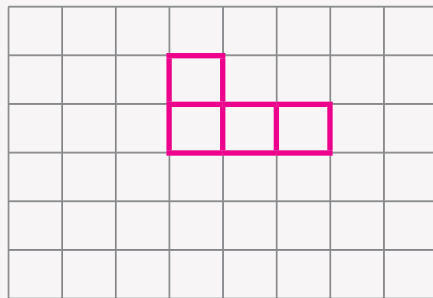
Resuelve las actividades, apóyate en tu indagación.

01 Observa las siguientes secuencias de figuras y determina cuáles siguen un patrón. R. M.

- Describe en el primer recuadro cuál es el patrón o por qué no lo hay.
- Dibuja en la retícula el término que sigue la sucesión o la figura correcta, si la secuencia no sigue un patrón.



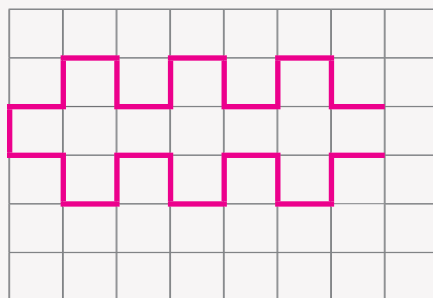
No hay un patrón: el primer término tiene 2 cuadrados; el segundo tiene 1 más; el tercero, 2 más; y el cuarto tiene la misma cantidad que el tercero. La tercera figura debería tener un cuadrado menos.



Descripción de tu compañero: R. L.



Sí hay un patrón: el primer término tiene 3 líneas; el segundo tiene 4 líneas más arriba y 4 más abajo que el anterior; el tercero tiene 4 líneas arriba y 4 líneas abajo más que el anterior, y así sucesivamente.



Descripción de tu compañero: R. L.

Intercambia tu Diario con un compañero y pídele que anote en el segundo recuadro de cada sucesión el patrón que sigue. Después reúnanse con otra pareja, verifiquen que las descripciones son correctas y escriban en qué se parecen y en qué difieren entre sí.

R. L.

02 Reúnete con cuatro compañeros, lean la información, consigan el material que se indica y jueguen a “¿Qué sigue?”. Después contesta.

¿Qué sigue?

Material

- 5 tarjetas de 10 cm × 5 cm
- Un lápiz o bolígrafo

Procedimiento

Paso 1: Copien las cinco secuencias de los incisos de abajo, una por tarjeta. Incluyan los espacios vacíos que se muestran.

Paso 2: Junten las tarjetas, revuélvanlas sin ver y colóquenlas bocabajo en el centro de la mesa para que los cinco puedan verlas.

Paso 3: A la cuenta de tres, volteen una tarjeta y, de manera individual, anoten en su cuaderno los cinco términos que la continúan o expliquen por qué no se trata de una sucesión.

Paso 4: El primero en terminar deberá decir “basta” y entre todos deberán revisar si la respuesta es correcta; si lo es, el jugador que dijo “basta” gana un punto; en caso contrario, los otros cuatro jugadores ganan un punto.

Paso 5: Descarten la tarjeta elegida y repitan el juego cuatro veces más, hasta trabajar con las cinco sucesiones. Gana quien consiga más puntos al final (lleven el conteo en su cuaderno).

Al terminar, escriban de manera individual la regla de formación de cada sucesión en el recuadro correspondiente.

a) 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 ...

Empieza con el número 6 y cada vez se suma 1.

b) 1536, 768, 384, 192, 96, 48, 24, 12, 6, 3 ...

Empieza con el número 1536 y cada vez se divide entre 2.

c) 4, 7, 9, 12, 15, _____, _____, _____, _____, _____ ...

No es una sucesión: primero se suman 3, luego 2 y después 3.

d) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 ...

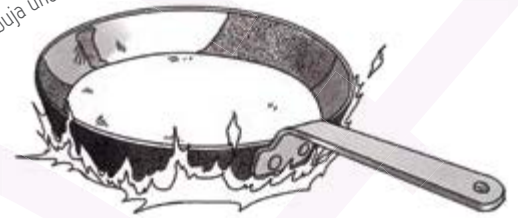
Empieza con el número 2 y cada vez se multiplica por 2.

e) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 ...

Empieza con el número 1 y cada vez se suman 2.

Validen entre los cinco sus reglas de formación y comenten en qué se parecen y en qué son distintas. Registren en su cuaderno las conclusiones.

Dibuja una comida con buena proporción.



AGENDA UNOI
HACIA EL FUTURO



PAZ

No hay forma de asegurar cómo será el futuro, pero podemos proyectar algunas posibilidades a partir de estudiar el presente. A eso se dedica el “**diseño de futuros**”: analiza qué ocurre en el mundo para buscar **patrones** (por ejemplo, cómo aumentan los casos de escasez de agua o si en una zona hay muchos conflictos bélicos) y, a partir de ellos, proyectar escenarios futuros, positivos o negativos.

Uno de los muchos proyectos de diseño de futuros que existen es el catálogo *Pendiente de ser diseñado* (TBD, en inglés), liderado por Julian Bleeker y Nicolas Nova. En él se muestra cómo será el mañana a partir de productos y servicios que estarán disponibles. En sus páginas participan 19 diseñadores, que usan **algoritmos matemáticos** para sus proyecciones, para incluir el **costo monetario** de cada producto según el **abaratamiento de materiales** y la **inflación**, entre otras cosas.

Debido a que el diseño de futuros está orientado a diversos temas, desde tecnología hasta dinámicas sociales, muchos lo consideran una **herramienta de paz** 🕊️🙌, pues permite tomar las **mejores decisiones** para cada **conflicto futuro**, sin importar su naturaleza. Investiga más acerca de los proyectos sobre diseño de futuros a partir de patrones. Comenta con tus compañeros los que más te interesen y explica por qué.

Escribe cuáles sucesiones son aritméticas y cuáles son geométricas.

Sucesiones
aritméticas

Sucesiones
geométricas

a) y e)

b) y d)

03 Reúnete con tres compañeros, consigan una caja de mondadientes y masa para moldear, y hagan lo que se indica. Luego respondan.

- › Acomoden los mondadientes para formar una sucesión de cuadrados, como se muestra en la imagen de abajo.
- › En los vértices, es decir, donde se unen dos mondadientes, coloquen masa para moldear.
- › Construyan al menos los dos términos que continúan la sucesión.



¿Cuántos vértices habrá, respectivamente, en 10, 35 y 100 cuadrados?

Habrán 22, 72 y 202 vértices, respectivamente.

¿Cuántas aristas tendrán, respectivamente, los términos 15, 30 y 50 de la sucesión?

Tendrán 46, 91 y 151 aristas, respectivamente.

- › Compartan con otros equipos el procedimiento que siguieron para contestar las preguntas.
- › Completa la tabla. En la primera columna, dibuja reproducciones de las figuras que formaron.

Figura	Número de cuadrados	Número de vértices			Número de aristas		
	1	4	$2 + 2$	$2 \times 1 + 2$	4	$1 + 3$	$3 \times 1 + 1$
	2	6	$4 + 2$	$2 \times 2 + 2$	7	$4 + 3$	$3 \times 2 + 1$
	3	8	$6 + 2$	$2 \times 3 + 2$	10	$7 + 3$	$3 \times 3 + 1$
	4	10	$8 + 2$	$2 \times 4 + 2$	13	$10 + 3$	$3 \times 4 + 1$

Completa la tabla siguiente para 5 a 9 cuadrados, sin dibujarlos ni construirlos. Luego responde.

Número de cuadrados		Número de vértices			Número de aristas		
5	12	$10 + 2$	$2 \times 5 + 2$	16	$13 + 3$	$3 \times 5 + 1$	
6	14	$12 + 2$	$2 \times 6 + 2$	19	$16 + 3$	$3 \times 6 + 1$	
7	16	$14 + 2$	$2 \times 7 + 2$	22	$19 + 3$	$3 \times 7 + 1$	
8	18	$16 + 2$	$2 \times 8 + 2$	25	$22 + 3$	$3 \times 8 + 1$	
9	20	$18 + 2$	$2 \times 9 + 2$	28	$25 + 3$	$3 \times 9 + 1$	

Describe el patrón de la tabla. R. M.

En un cuadrado y el siguiente, siempre se agregan dos vértices y tres aristas.

Obtén con tu compañero reglas para calcular cuántos vértices y cuántas aristas tendrá el cuadrado que ocupa el lugar n . Escríbelas y responde. R. M.

Para los vértices: $2 \times n + 2$; para las aristas: $3 \times n + 1$

¿Por qué son reglas distintas?

Porque se forman dos sucesiones distintas, una con los vértices y otra con las aristas de los cuadrados.

1 Espacio 2 3 procedimental

¿Cómo se obtienen los primeros términos de una sucesión usando la regla de formación?

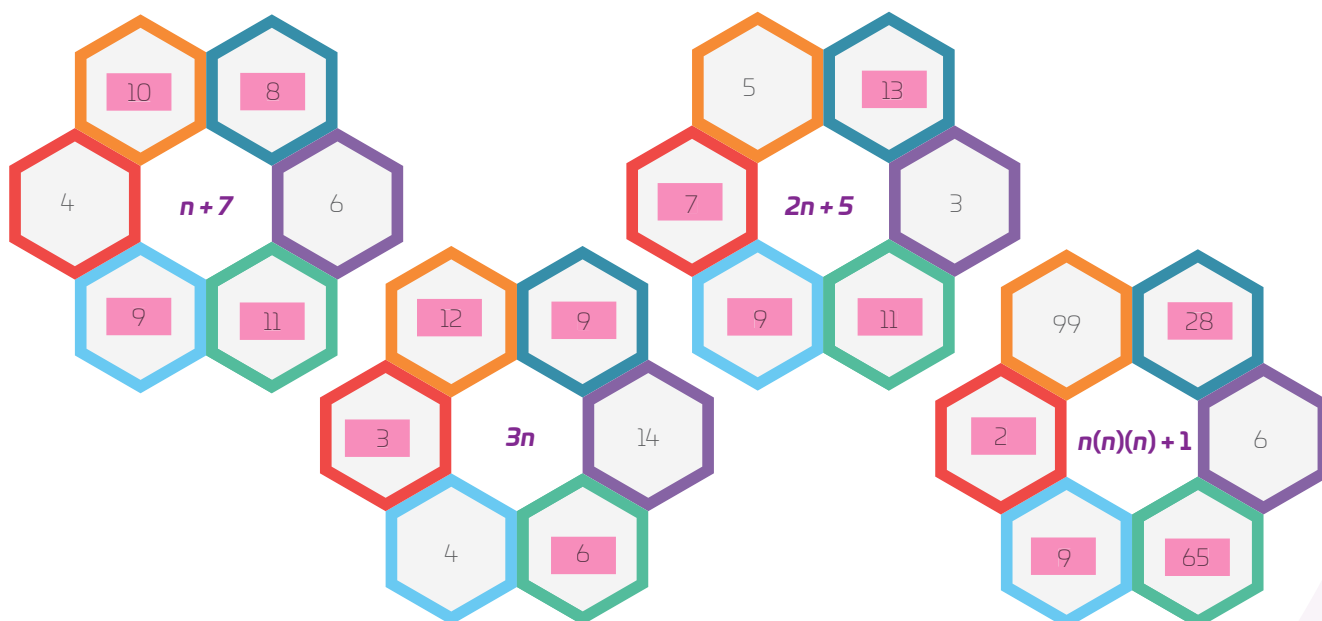
1. Sustituye la variable, es decir, la literal o letra por los términos que quieres encontrar, uno a la vez.
2. Resuelve la expresión que se obtiene.
3. Toma en cuenta que para representar una multiplicación puedes usar el símbolo \times , pero también paréntesis: $3 \times 2 = 3(2) = 6$.

Por ejemplo: para hallar los primeros cinco términos de la sucesión que se forma con la regla $5n + 3$, se sustituye n por 1, 2, 3, 4 y 5:

Para $n = 1$	$5n + 3 = 5(1) + 3 = 5 + 3 = 8$
Para $n = 2$	$5n + 3 = 5(2) + 3 = 10 + 3 = 13$
Para $n = 3$	$5n + 3 = 5(3) + 3 = 15 + 3 = 18$
Para $n = 4$	$5n + 3 = 5(4) + 3 = 20 + 3 = 23$
Para $n = 5$	$5n + 3 = 5(5) + 3 = 25 + 3 = 28$

Del mismo modo se puede saber qué número ocupa cierto término. Por ejemplo, el término 20 será el resultado de $5(20) + 3 = 103$.

04 Colorea los números que corresponden a los primeros cuatro términos de las sucesiones que se forman con las reglas que se muestran.



05 Reúnete con un compañero y lean las situaciones. Luego escriban en cada tabla los 10 primeros términos que se generan en cada situación y haz lo que se indica.



De acuerdo con recientes investigaciones sobre las fibras para lavar los platos, estos objetos guardan bacterias que podrían dañar la salud. Según el caldo de cultivo bacteriano que simuló el ambiente de una esponja, cada 15 minutos la población de bacterias aumenta por bipartición, eso quiere decir que cada célula se divide en dos. Al principio la población era de 4 bacterias.

Tiempo transcurrido (en minutos)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
Término	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de bacterias	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048



El área de un cuadrado depende de la medida de sus lados. Con varios cuadrados se formó una sucesión: el primero mide 1 cm de lado, el segundo mide 2 cm, y así sucesivamente.

Medida del lado del cuadrado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Término	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Área del cuadrado (centímetros cuadrados)	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Describe la regla de formación de la población de bacterias.

R. M. Al inicio hay 4 bacterias y las siguientes cantidades se obtienen al multiplicar por 2 el número anterior.

Describe cómo se obtiene la medida del área de los cuadrados.

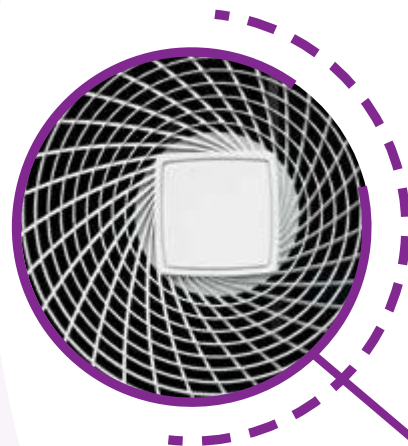
Al inicio el área es 1 y las siguientes cantidades se obtienen al multiplicar por sí mismo el número que ocupa el cuadrado en la sucesión.

¿Cuál de las siguientes reglas de formación representa la construcción del n -ésimo (término n) cuadrado? Subráyala.

$2n$	n	<u>$n \times n$</u>	2^n	$4n$	$3n$
------	-----	--------------------------------	-------	------	------

Explica por qué hay distintas reglas que generan la misma sucesión. R. M.

Porque son expresiones equivalentes.



06 Reúnete con dos compañeros, analicen las siguientes sucesiones, identifiquen el patrón que siguen y escriban una regla de formación para cada una. Usen n para representar el n ésimo término. R. M.

$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2} \dots$ $\frac{1}{2} + n$	$1, 4, 9, 16, 25 \dots$ $n \times n$	$4, 4, 4, 4, 4 \dots$ $n \times 0 + 4$
$5, 10, 15, 20, 25 \dots$ $5n$	$-1, -2, -3, -4, -5 \dots$ $-n$	$1.25, 1.52, 1.79, 2.06 \dots$ $0.98 + 0.27n$

07 Resuelve los problemas y explica por qué las sucesiones son útiles para hallar la solución. R. M.

- Considera que en un restaurante solo hay mesas para cuatro personas. Si un grupo de 24 comensales asiste al restaurante, ¿cuántas mesas necesitan y cómo podrían acomodarlas para que todos se sienten juntos? Ten en cuenta que todas las mesas deben estar alineadas y que hacer dibujos puede ser de ayuda.

Se necesitan 11 mesas alineadas para que las 24 personas estén juntas.

- ¿De qué otra manera podrías acomodar las mesas, que no sea en línea, para que una cantidad n de comensales estén juntos? Considera que algunas maneras de organizarlas no permiten que todos estén cómodos, y es preferible evitar eso. Haz los dibujos necesarios y anota la sucesión que se forma a medida que aumentas el número de mesas de tu acomodo.

R. L.

En la última situación, ¿tu manera de acomodar las mesas seguía un patrón? R. L.

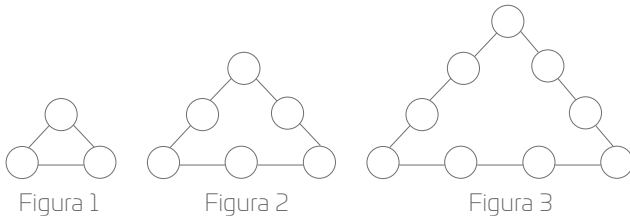
¿Cuál fue tu estrategia o bien, por qué preferiste usar otra? R. L.

Las sucesiones son útiles en este caso porque...

R. L.

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Registra el tiempo que requieres para resolver cada ejercicio, ¡hazlo lo más rápido que puedas!

01 Observa las figuras.



¿Cuántos círculos tendrá la figura 8? 24

Tu tiempo (en segundos) R. L.

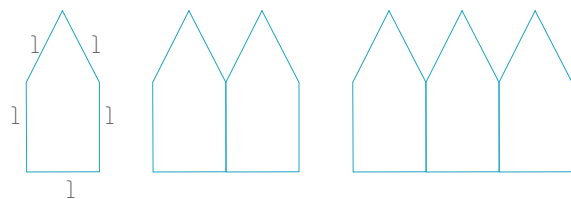
02 Encuentra los términos faltantes en las siguientes sucesiones numéricas.

5, 9, 13, 17, 21
4, 10, 16, 22, 28, 34
3, 30, 300, 3000, 30000
1296, 216, 36, 6, 1

Tu tiempo (en segundos) R. L.

03 Escribe los primeros cinco términos de la sucesión formada por el perímetro de las siguientes figuras.

5, 8, 11, 14 y 17



Tu tiempo (en segundos) R. L.

¿Cuál es el término que ocupa el lugar 25?

Es el número 77.

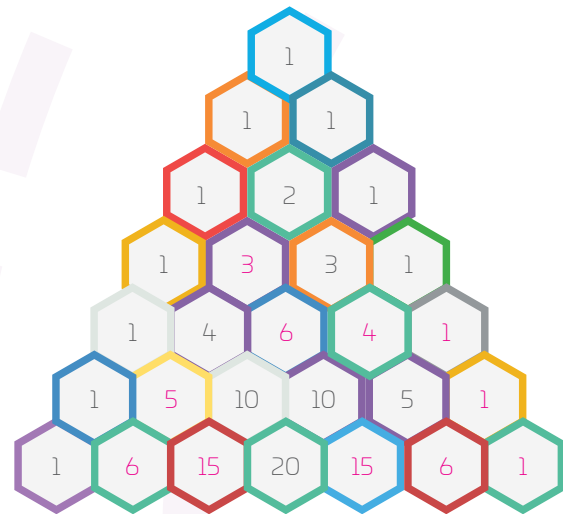
Tu tiempo (en segundos) R. L.

Si el perímetro de una de las figuras es 125, ¿qué lugar ocupa en la sucesión?

Ocupa el lugar 41.

Tu tiempo (en segundos) R. L.

04 A la siguiente configuración se le conoce como el triángulo de Pascal. Analízalo y anota los números que faltan.



Tu tiempo (en segundos) R. L.

Calcula tus puntos en cada ejercicio.

- Menos de 30 segundos: 10 puntos
- Entre 30 s y 60 s: 5 puntos
- Más de un minuto: 1 punto
- Puntos por respuesta correcta: 10
- Además, por cada error, resta 1 punto al total.

Tabla de registro de puntos

Puntos totales

R. L.

Reflexiona sobre las preguntas de la sección **ANALIZO**. ¿Ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

<
>

R. L.



¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.



¡Regresa a la página 75 y soluciona las dudas que tenías en ese momento! 😊